

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Критические явления в сложных сетях
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Математика
	Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	4
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 7 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 1

Программу составил: А.В. Леонидов, д-р физ.-мат. наук, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 05.03.2020

## Аннотация

Цель курса - рассмотрение теории и феноменологии критических явлений на графах. Рассматриваются как оптимизационные, так и теоретико-игровые аспекты фазовых переходов на графах, а также связанных с графическими структурами фазовые переходы в машинном обучении.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

освоение основных понятий в области критических явлений в сложных сетях.

#### Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в области сложных сетей;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в области сложных сетей;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в области сложных сетей.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Формулирует совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач
	УК-2.2 Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области
	ОПК-2.3 Знает основные требования информационной безопасности
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников

работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
	ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива
	ПК-2.3 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

фундаментальные понятия, законы, теории сложных сетей;  
современные проблемы соответствующих разделов сложных сетей;  
понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;  
основные свойства соответствующих математических объектов;  
аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач.

уметь:

понять поставленную задачу;  
использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;  
оценивать корректность постановок задач;  
строго доказывать или опровергать утверждение;  
самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;  
самостоятельно видеть следствия полученных результатов;  
точно представить математические знания в области в устной и письменной форме.

владеть:

навыками освоения большого объема информации и решения задач ( в том числе, сложных);  
навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;  
культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;  
предметным языком сложных сетей и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Переход золь - гель как переход с формированием гигантского кластера	6	6		
2	Компартментные эпидемические модели. Образование эпидемического кластера как фазовый переход	6	6		
3	Эпидемическая динамика с учетом кластеризации и наличия сообществ	6	6		
4	Бинарные решения на графе в приближении эффективных степеней. Динамика	6	6		
5	Фазовый переход в пропускной способности в сети интернет	6	6		30
Итого часов		30	30		30
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 7 (Осенний)

##### 1. Переход золь - гель как переход с формированием гигантского кластера

Перколяция узлов и ребер. Устойчивость по отношению к рандомным и таргетированным атакам. Формирование гигантского кластера в масштабно - инвариантных графах. Критические индексы.

##### 2. Компартментные эпидемические модели. Образование эпидемического кластера как фазовый переход

Основные Цепочка уравнений для стохастической эпидемической динамики на графах. Диадное замыкание. Эпидемическая динамика на графах в приближении эффективных степеней (Degree based approximation характеристики. Степень вершины.

##### 3. Эпидемическая динамика с учетом кластеризации и наличия сообществ

Модель Изинга на полном графе. Статическое равновесие. Фазовый переход. Бинарные решения на графе в приближении эффективных степеней. Равновесие дискретного отклика. Фазовый переход

##### 4. Бинарные решения на графе в приближении эффективных степеней. Динамика

Модель Изинга в случайном поле на графах в приближении эффективных степеней. Синхронизация на полном графе. Модель Курамото. Синхронизация на графах в приближении эффективных степеней. Синхронизация на гиперграфах.

##### 5. Фазовый переход в пропускной способности в сети интернет

Графические модели и метод Belief Propagation. Свободная энергия. Фазовый переход в поиске сообществ.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Стандартная учебная аудитория.

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

### Основная литература

1. Фазовые переходы и критические явления [Текст] = Introduction to phase transitions and critical phenomena, [монография]/Г. Стенли , -М., Мир, 1973
2. Комбинаторика и теория вероятностей [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / А. М. Райгородский .— Долгопрудный : Интеллект, 2013 .— 104 с. - Библиогр.: с. 99. - 3000 экз. - ISBN 978-5-91559-147-8 .— Полный текст (Режим доступа : доступ из сети МФТИ).

### Дополнительная литература

1. Модели Интернета : учебное пособие / А. М. Райгородский .— 2-е изд. — Долгопрудный : Интеллект, 2019 .— Электрон. версия печ. публикации .— Полный текст (Режим доступа : доступ из сети МФТИ).

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://dm.fizteh.ru/>

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

1. Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекций.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладная математика и информатика  
**профиль подготовки:** Математика  
Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики  
кафедра дискретной математики  
**курс:** 4  
**квалификация:** бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 7 (осенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** А.В. Леонидов, д-р физ.-мат. наук, профессор

# 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Формулирует совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач
	УК-2.2 Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области
	ОПК-2.3 Знает основные требования информационной безопасности
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен организовывать научную работу, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации

ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию

ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива

ПК-2.3 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Критические явления в сложных сетях» обучающийся должен:

### знать:

фундаментальные понятия, законы, теории сложных сетей;  
современные проблемы соответствующих разделов сложных сетей;  
понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;  
основные свойства соответствующих математических объектов;  
аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач.

### уметь:

понять поставленную задачу;  
использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;  
оценивать корректность постановок задач;  
строго доказывать или опровергать утверждение;  
самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;  
самостоятельно видеть следствия полученных результатов;  
точно представить математические знания в области в устной и письменной форме.

### владеть:

навыками освоения большого объема информации и решения задач ( в том числе, сложных);  
навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;  
культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;  
предметным языком сложных сетей и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры заданий по курсу:

1. Вычислить производящие функции  $G_0(x)$  и  $G_1(x)$  для распределения Пуассона
2. Вычислить точку образования гигантского кластера в формализме производящих функций для распределений  
 $p_k = \delta_{k,4}$  и  $p_k = 0.5\delta_{k,3} + 0.5\delta_{k,4}$
3. Написать код для численного решения уравнения, определяющего размер эпидемического кластера в компартментной эпидемической модели SIR
4. Пояснить, почему в формуле для средней вероятности соседу быть зараженным в эпидемических моделях появляется распределение по внешним степеням
5. Вывести формулу для разложения свободной энергии в модели Изинга на полном графе вблизи критической температуры.
6. Проанализировать явление критического замедления для игры Изинга на масштабно-инвариантных графах.
7. Описать структуру решений уравнения диффузии на  $L$  - слойном мультиплексе.

8. Описать характеристики фазового перехода синхронизации в приближении эффективных степеней для модели Курамoto для масштабно - инвариантных графов.
9. Провести полный вывод формулы для свободной энергии в методе Belief Propagation.
10. Вывести уравнение эволюции для средней длины очереди для статистической модели фазового перехода сгущения.

#### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

1. Переход золь.
2. Перколяция узлов и ребер.
3. Устойчивость по отношению к рандомным и таргетированным атакам.
4. Формирование гигантского кластера в масштабно - инвариантных графах.
5. Критические индексы.
6. Комpartmentные эпидемические модели.
7. Образование эпидемического кластера как фазовый переход.
8. Цепочка уравнений для стохастической эпидемической динамики на графах.
9. Диадное замыкание.
10. Эпидемическая динамика на графах в приближении эффективных степеней (Degree based approximation).
11. Эпидемическая динамика с учетом кластеризации и наличия сообществ.
12. Модель Изинга на полном графе.
13. Статическое равновесие.
14. Бинарные решения на графе в приближении эффективных степеней.
15. Равновесие дискретного отклика. Фазовый переход.
16. Бинарные решения на графе в приближении эффективных степеней. Динамика.
17. Модель Изинга в случайном поле на графах в приближении эффективных степеней.
18. Синхронизация на полном графе. Модель Курамoto.
19. Синхронизация на графах в приближении эффективных степеней.
20. Синхронизация на гиперграфах.
21. Фазовый переход в пропускной способности в сети интернет.
22. Графические модели и метод Belief Propagation. Свободная энергия.
23. Фазовый переход в поиске сообществ.

#### **Критерии оценивания**

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.